

سؤالات امتحان نهایی درس : ریاضیات گسسته	نام و نام خانوادگی :	ساعت شروع : ۸ صبح	تعداد صفحه : ۲
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	رشته : ریاضی فیزیک	تاریخ امتحان : ۱۳۹۸/۳/۲۵	مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۸	مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir		
ردیف	سوالات پاسخ نامه دارد	نمره	

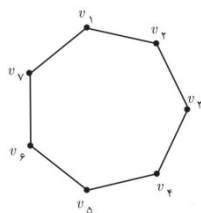
۱	ثابت کنید میانگین حسابی دو عدد نامنفی از میانگین هندسی آنها کمتر نیست .	۱
۲	درجای خالی عبارت ریاضی مناسب قرار دهید. (الف) یک گراف کامل ۸ رأسی ، یال دارد. (ب) در یک گراف از مرتبه ۱۰ با $\Delta = 3$ حداقل راس برای احاطه همه رؤوس لازم است. (ج) اگر در گراف G از مرتبه p داشته باشیم $\gamma(G) = 1$ در این صورت $\Delta(G)$ برابر است. (د) مجموع درایه های سطر اول یک مربع لاتین ۵ در ۵ برابر است.	۲
۳	اگر باقی مانده تقسیم m و n بر ۱۳ به ترتیب اعداد ۲ و ۹ باشد در این صورت باقی مانده تقسیم عدد $5n - 3m$ بر ۱۳ را بدست آورید.	۱/۵
۴	اگر در یک سال، شنبه روز اول مهر باشد. در این صورت با استفاده از هم نهشتی تعیین کنید ۱۲ بهمن، در همان سال چه روزی از هفته است؟	۱
۵	با تبدیل معادله سیاله خطی $5x + 2y = 18$ به معادله هم نهشتی و حل آن، جوابهای عمومی این معادله را بیابید.	۱/۵
۶	شکل مقابل نمودار گراف G می باشد. (الف) مرتبه و اندازه گراف G را بنویسید. (ب) مجموعه $N_G(b)$ را بنویسید. (ج) مجموع درجه های رأس های گراف $\overline{G}$ را مشخص کنید.	۱/۵
۷	گراف C_V را در نظر بگیرید و به سوالات زیر پاسخ دهید. (الف) یک مجموعه احاطه گر ۴ عضوی بنویسید. (ب) عدد احاطه گری C_V را به دست آورید. (ج) دو مجموعه احاطه گر مینیمم متمایز بنویسید.	۱/۵
۸	(الف) ثابت کنید هر مجموعه احاطه گر دلخواه غیر مینیمال را میتوان با حذف برخی از رؤوس به یک مجموعه احاطه گر مینیمال تبدیل کرد ؟ (ب) در گراف روبرو یک مجموعه احاطه گر مینیمال ۵ عضوی را مشخص کنید.	۱/۵
» بقیه سوالات در صفحه دوم «		

سؤالات امتحان نهایی درس : ریاضیات گسسته	نام و نام خانوادگی :	ساعت شروع : ۸ صبح	تعداد صفحه : ۲
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	رشته : ریاضی فیزیک	تاریخ امتحان : ۱۳۹۸/۳/۲۵	مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۸			
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir			
ردیف	سوالات پاسخ نامه دارد		
	نمره		

۹	الف) یک گراف ۶ رأسی با عدد احاطه گری ۲ رسم کنید که یک مجموعه احاطه گر یکتا با اندازه ۲ داشته باشد. ب) یک گراف ۶ رأسی با عدد احاطه گری ۲ رسم کنید که بیش از یک مجموعه احاطه گر با اندازه ۲ داشته باشد.	۱
۱۰	با ارقام ۱, ۱, ۲, ۲, ۳, ۲, ۴, ۴, ۵ چند عدد ۹ رقمی می توان نوشت.	۱
۱۱	۶ دانش آموز پایه دوازدهم و ۵ دانش آموز پایه یازدهم به چند طریق می توانند کنارهم در یک ردیف قرار گیرند ، به طوری که : الف) به صورت یک در میان قرار بگیرند. ب) همواره دانش آموزان یازدهم کنار هم باشند. ج) یک دانش آموز خاص یازدهم و یک دانش آموز خاص دوازدهم در کنار هم باشند.	۱/۵
۱۲	تعداد جواب های صحیح و نامنفی معادله $x_1 + x_2 + \dots + x_5 = 10$ با شرط $x_i > 0, i = 2, 3, 4, 5$ را محاسبه کنید.	۱
۱۳	اگر سه دوست هم سبیل، سه کت و سه پیراهن داشته باشند و بخواهند در سه روز اول هفته از این لباسها به گونه ای استفاده کنند که هر فرد هر یک از کت ها و هریک از پیراهن ها را دقیقاً یک بار استفاده کرده باشد و هرکت با هر پیراهن نیز دقیقاً یکبار مورد استفاده قرار بگیرد ، چگونه می توانند این کار را انجام دهند؟	۱/۵
۱۴	در بین اعداد ۱ تا ۹۰ چند عدد وجود دارد که بر ۲ یا ۳ بخش پذیر باشند.	۱/۲۵
۱۵	ثابت کنید اگر در یک دبیرستان حداقل ۵۰۵ دانش آموز مشغول به تحصیل باشند لااقل ۷ نفر از آنها روز هفته و ماه تولدشان یکسان است.	۱/۲۵
	"موفق باشید"	جمع نمره
		۲۰

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۸/۳/۲۵		
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور خرداد ماه سال ۱۳۹۸	مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir		
ردیف	راهنمای تصحیح		نمره

۱	اگر دو عدد نامنفی باشند حکم چنین خواهد بود (۰/۵) $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$ (صفحه: ۷) گزاره همیشه درست $\Leftrightarrow \underbrace{a+b-2\sqrt{ab}}_{(0/25)} \geq 0 \Leftrightarrow \underbrace{(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2}_{(0/25)} \geq 0$ $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab} \Leftrightarrow a+b \geq 2\sqrt{ab}$	۱
۲	الف) ۲۸ (۰/۵) ب) ۳ راس (۰/۵) ج) $p-1$ (۰/۵) د) ۱۵ (۰/۵) (صفحه: ۶۲ و ۵۳ و ۴۹ و ۳۸)	۲
۱/۵	(صفحه: ۱۴) $m = 13q_1 + 2$ (۰/۵) $3m = 13(3q_1) + 6$ (۰/۵) $\rightarrow 5n - 3m = 13q' + 39$ (۰/۲۵) $n = 13q_2 + 9$ (۰/۵) $5n = 13(5q_2) + 45$ (۰/۲۵) $\rightarrow 5n - 3m = 13q'' + 0 \rightarrow r = 0$ (۰/۲۵)	۳
۱	روز اول مهر، شنبه را برابر صفر در نظر میگیریم ۲۹ روز درمهر و سه ماه آبان و آذر و دی و ۱۲ روز بهمن، فاصله اول مهر تا ۱۲ بهمن است، پس داریم: (۰/۲۵) $29 + 30 + 30 + 30 + 12 = 131 \rightarrow 131 \equiv 5 \pmod{7}$ (۰/۵) که متناظر این عدد در جدول روز پنجشنبه را نشان می دهد. (۰/۲۵) (صفحه ۲۴)	۴
۱/۵	(صفحه: ۲۵) $2y \equiv 18 \pmod{25} \xrightarrow{(2,5)=1} y \equiv 9 \pmod{25} \Rightarrow y \equiv 9 \pmod{25} \Rightarrow y \equiv 4 \pmod{25}$ (۰/۲۵) $y = 5k + 4$ (۰/۲۵) و $x = -2k + 2$ (۰/۲۵)	۵
۱/۵	الف) (۰/۲۵) $p = 6$ (۰/۲۵) ، $q = 7$ (۰/۲۵) ب) $N_G(b) = \{a, d, c\}$ (۰/۲۵) ج) $\frac{p(p-1)}{2}$ (۰/۲۵) = تعداد یال های گراف G + تعداد یال های گراف $\bar{G}$ (۰/۲۵) $16 = \text{مجموع درجه های رئوس گراف } \bar{G} \Rightarrow$ (۰/۲۵) $8 = \text{تعداد یال های گراف } \bar{G}$ (صفحه: ۴۱)	۶
۱/۵	الف) (۰/۵) $\{v_1, v_3, v_4, v_5\}$ (۰/۵) ب) $\gamma(G) = 3$ (۰/۵) ج) $\{v_1, v_3, v_5\}$ و $\{v_2, v_4, v_6\}$ (۰/۵) (صفحه: ۴۵)	۷



راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۳۹۸/۳/۲۵	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور خرداد ماه سال ۱۳۹۸		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره	

۸	الف) اگر $\{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ یک مجموعه احاطه گر غیر مینمال باشد در این صورت یک یا چند عضو وجود دارند که باحذف آنها مجموعه احاطه گر مینمال باقی می ماند. $(۰/۲۵)$ بنا بر این عضوی مانند a_1 را در نظر میگیریم اگر با حذف آن هنوز مجموعه احاطه گر باقی بماند آن را حذف می کنیم $(۰/۲۵)$ در غیر اینصورت آن را نگه داشته و همین کار را برای سایر رؤس انجام میدهم. $(۰/۲۵)$ ب) $A = \{h, g, f, i, j\}$ $(۰/۷۵)$ (صفحه: ۴۶)	۱/۵																																																
۹	الف) $(۰/۵)$ ب) $(۰/۵)$ (صفحه: ۵۳)	۱																																																
۱۰	$P = \frac{9!}{3! \times 2! \times 2!} \rightarrow P = 3 \times 7! \quad (۰/۲۵)$ $(۰/۷۵)$ (صفحه: ۵۸)	۱																																																
۱۱	الف) $۵! \times ۶! \quad (۰/۵)$ ب) $۵! \times ۷! \quad (۰/۵)$ ج) $۱۰! \times ۲! \quad (۰/۵)$ (صفحه: ۵۷)	۱/۵																																																
۱۲	$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 10 \rightarrow x_1 + y_1 + 1 + y_2 + 1 + y_3 + 1 + y_4 + 1 = 10$ $x_1 + y_1 + y_2 + y_3 + y_4 = 6 \quad (۰/۲۵) \xrightarrow{(۰/۷۵)} \binom{6+4-1}{4-1} \quad (۰/۵)$ (صفحه: ۷۲)	۱																																																
۱۳	<table><tr><th></th><th>دوئنبه</th><th>یکتنبه</th><th>شنبه</th></tr><tr><td>A</td><td>۳</td><td>۲</td><td>۱</td></tr><tr><td>B</td><td>۲</td><td>۱</td><td>۳</td></tr><tr><td>C</td><td>۱</td><td>۳</td><td>۲</td></tr></table> و <table><tr><th></th><th>دوئنبه</th><th>یکتنبه</th><th>شنبه</th></tr><tr><td>A</td><td>۳</td><td>۱</td><td>۲</td></tr><tr><td>B</td><td>۲</td><td>۳</td><td>۱</td></tr><tr><td>C</td><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td></tr></table> $\Rightarrow$ <table><tr><th></th><th>دوئنبه</th><th>یکتنبه</th><th>شنبه</th></tr><tr><td>A</td><td>۲۳</td><td>۲۱</td><td>۱۲</td></tr><tr><td>B</td><td>۲۲</td><td>۱۳</td><td>۳۱</td></tr><tr><td>C</td><td>۱۱</td><td>۳۲</td><td>۲۳</td></tr></table> (صفحه: ۶۹) $(۰/۵)$		دوئنبه	یکتنبه	شنبه	A	۳	۲	۱	B	۲	۱	۳	C	۱	۳	۲		دوئنبه	یکتنبه	شنبه	A	۳	۱	۲	B	۲	۳	۱	C	۱	۲	۳		دوئنبه	یکتنبه	شنبه	A	۲۳	۲۱	۱۲	B	۲۲	۱۳	۳۱	C	۱۱	۳۲	۲۳	۱/۵
	دوئنبه	یکتنبه	شنبه																																															
A	۳	۲	۱																																															
B	۲	۱	۳																																															
C	۱	۳	۲																																															
	دوئنبه	یکتنبه	شنبه																																															
A	۳	۱	۲																																															
B	۲	۳	۱																																															
C	۱	۲	۳																																															
	دوئنبه	یکتنبه	شنبه																																															
A	۲۳	۲۱	۱۲																																															
B	۲۲	۱۳	۳۱																																															
C	۱۱	۳۲	۲۳																																															
۱۴	$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \quad (۰/۲۵)$ $n(A \cup B) = \left[\frac{90}{2} \right] + \left[\frac{90}{3} \right] - \left[\frac{90}{6} \right] \quad (۰/۷۵)$ $n(A \cup B) = 60 \quad (۰/۲۵)$ (صفحه: ۸۴)	۱/۲۵																																																
۱۵	تعداد لانه ها : $7 \times 12 = 84 \quad (۰/۲۵)$ تعداد کبوترها : ۵۰۵ دانش آموز $(۰/۲۵)$ $\begin{array}{r} 84 \\ -505 \\ \hline 1 \end{array}$ $6+1=7 \quad (۰/۵)$ طبق اصل لانه کبوتری لاقل ۷ نفر آنها روز هفته و ماه تولدشان یکسان است. $(۰/۲۵)$	۱/۲۵																																																

«همکاران گرامی لطفا برای راه حل های صحیح دیگر بارم را به تناسب تقسیم فرمایید.»