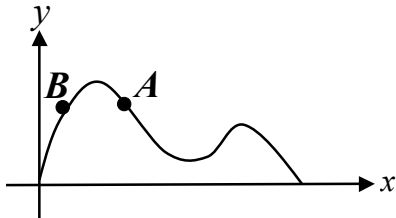
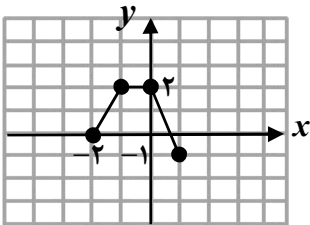
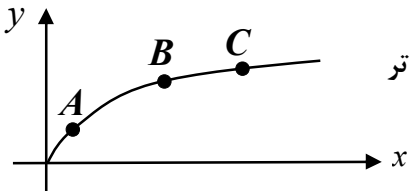


سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان ۲	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	تعداد صفحه: ۲
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	مدت امتحان: ۱۳۰ دقیقه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۸/۰۳/۱۸	نام و نام خانوادگی:
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۸			
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir			

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
------	-------------------------	------

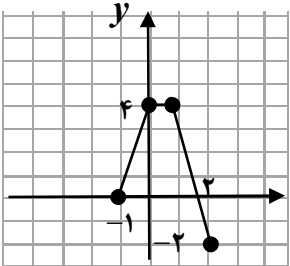
۱	درست یا نادرست بودن عبارات زیر را تعیین کنید. الف) اگر $k > 1$ باشد، نمودار $y = f(kx)$ از انبساط افقی نمودار $y = f(x)$ در راستای محور x ها به دست می آید. ب) نقاطی به فرم $x = k\pi + \frac{\pi}{2}$, $k \in \mathbb{Z}$ در دامنه تابع تانژانت قرار ندارند. پ) حاصل $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x+1}{9-x^2}$ برابر با $-\infty$ است. ت) در شکل رو به رو، شیب خطوط مماس در نقاط A و B مثبت است. 	۱
۲	نمودار تابع $y = f(x)$ به صورت زیر است. نمودار $g(x) = 2f(x-1)$ را رسم کرده و دامنه و برد آن را تعیین کنید. 	۱
۳	اگر چند جمله ای $f(x) = x^2 + ax - 3$ بر $(x+1)$ بخش پذیر باشد، باقی مانده تقسیم $f(x)$ بر $(x-2)$ را به دست آورید.	۰/۷۵
۴	چند جمله ای $x^6 - 1$ را بر حسب عامل $(x+1)$ تجزیه کنید.	۰/۵
۵	جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب پر کنید. الف) دوره تناوب تابع $y = 3 \cos(-\frac{\pi}{4}x)$ برابر با است. ب) حاصل حد $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x+5}{x-2}$ برابر با است. پ) با توجه به شکل رو به رو، شیب خط مماس بر منحنی در نقطه بزرگ تر از شیب خط مماس بر منحنی در نقطه B است.  ت) نقطه ای از دامنه تابع که مشتق در آن وجود ندارد و یا وجود دارد و برابر صفر است، نقطه نام دارد.	۱
۶	معادله $\cos 2x + \cos x + 1 = 0$ را حل کنید.	۱/۵
۷	کدام یک از خطوط $x = 3$ و $x = -1$ مجانب قائم تابع $f(x) = \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - 2x - 3}$ می باشد؟ دلیل ارائه کنید.	۱/۵

تعداد صفحه: ۲	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: ریاضی و فیزیک	سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان ۲
نام و نام خانوادگی:	تاریخ امتحان: ۱۳۹۸/۰۳/۱۸	مدت امتحان: ۱۳۰ دقیقه	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۸		

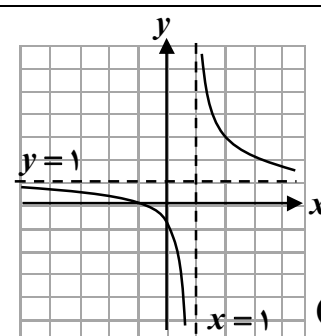
ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
------	-------------------------	------

۸	با توجه به نمودار تابع f که در زیر آمده است، مجانب های افقی تابع را بنویسید.	۰/۵
۹	نشان دهید نقطه ای به طول $x = -1$ ، نقطه گوشه ای برای تابع $f(x) = x^2 + x $ می باشد.	۱/۷۵
۱۰	قضیه: ثابت کنید اگر تابع f در $x = a$ مشتق پذیر باشد آن گاه تابع f در $x = a$ پیوسته است.	۱/۲۵
۱۱	مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.) الف) $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^3 + 2x + 1}$ ب) $g(x) = \cos^2(2x)$	۱/۷۵
۱۲	نمودار تابع f در شکل رو به رو آمده است. با بیان دلیل، مشخص کنید کدام یک از نمودارهای زیر، نمودار مشتق تابع f است.	۰/۷۵
۱۳	آهنگ تغییر متوسط تابع $f(x) = x^3 - 2x$ را در بازه $[0, 2]$ و آهنگ تغییر لحظه ای تابع f را در $x = 1$ محاسبه کنید.	۱
۱۴	مقادیر ماکزیمم و مینیمم مطلق تابع $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x + 4}$ را در بازه $[0, 2]$ تعیین کنید.	۱/۵
۱۵	تابع $f(x) = \frac{x^2}{x^2 + 1}$ در چه بازه ای صعودی و در چه بازه ای نزولی است.	۱/۲۵
۱۶	مقادیر a و b را در تابع $f(x) = ax^3 + bx^2 - 1$ چنان بیابید که $A(1, 1)$ نقطه عطف منحنی باشد.	۱/۲۵
۱۷	جدول رفتار و نمودار تابع $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$ را رسم کنید.	۱/۷۵
موفق و سربلند باشید.		جمع نمره
		۲۰

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حسابان ۲	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۳۰ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۳۹۸/۰۳/۱۸	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در خرداد ماه سال ۱۳۹۸		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	الف) نادرست (۰/۲۵) (نکته صفحه ۹ در مورد انقباض و انبساط افقی) ب) درست (۰/۲۵) (تابع تنازانت صفحه ۳۲) پ) درست (۰/۲۵) (قسمت پ سوال ۲ صفحه ۵۸) ت) نادرست (۰/۲۵) (قسمت الف سوال ۷ صفحه ۸۲)	۱
۲	(مشابه سوال ۲ صفحه ۱۲) $D_g = [-1, 2]$ (۰/۲۵) $R_g = [-2, 4]$ (۰/۲۵) 	۱
۳	(سوال ترکیبی مشابه سوال ۶ صفحه ۲۲ و مفهوم باقی مانده صفحه ۱۹) $f(-1) = 0$ (۰/۲۵) $\Rightarrow 1 - a - 3 = 0 \Rightarrow a = -2$ (۰/۲۵) $f(2) = 4 - 4 - 3 = -3$ (۰/۲۵)	۰/۲۵
۴	(قسمت ب سوال ۸ صفحه ۲۲) $x^6 - 1 = (x + 1)(x^5 - x^4 + x^3 - x^2 + x - 1)$ (۰/۵)	۰/۵
۵	الف) ۸ (۰/۲۵) (نکته صفحه ۲۷) ب) ۳ (۰/۲۵) (قسمت الف سوال ۳ صفحه ۶۹) پ) A (۰/۲۵) (سوال ۳ صفحه ۸۱) ت) بحرانی (۰/۲۵) (تعریف نقطه بحرانی صفحه ۱۱۷)	۱
۶	(معادله مثلثاتی از صفحه ۳۵ تا ۴۴) $2 \cos^2 x - 1 + \cos x + 1 = 0$ (۰/۲۵) $\Rightarrow \cos x (2 \cos x + 1) = 0$ (۰/۲۵) $\Rightarrow \cos x = 0$ (۰/۲۵) $\Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{2}$ (۰/۲۵), $\cos x = -\frac{1}{2}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3}$ (۰/۲۵)	۱/۵
۷	$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - 2x - 3} = \infty$ (۰/۲۵) (مثال صفحه ۵۶) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - 2x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x-1)}{(x-3)(x+1)} = \frac{1}{2}$ (۰/۲۵) خط $x = -1$ مجانب قائم منحنی f است (۰/۲۵) ولی $x = 3$ مجانب قائم برای تابع f نیست. (۰/۲۵)	۱/۵
۸	(مشابه سوال ۲ صفحه ۶۹) $y = 1$ (۰/۲۵), $y = -2$ (۰/۲۵)	۰/۵
۹	تابع f در $x = -1$ پیوسته است. (۰/۲۵) (نکته صفحه ۸۹) $f'_+(-1) = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{ x^2 + x }{x + 1} = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{-x(x+1)}{x+1} = 1$ (۰/۲۵) $f'_-(-1) = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{x(x+1)}{x+1} = -1$ (۰/۲۵) مشتق های راست و چپ تابع هر دو متناهی ولی نابرابرند. (۰/۲۵) پس $x = -1$ نقطه گوشه ای تابع است.	۱/۲۵
«ادامه پاسخ ها در صفحه دوم»		

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حسابان ۲	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۳۰ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۳۹۸/۰۳/۱۸	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در خرداد ماه سال ۱۳۹۸		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره																		
۱۰	کافی است نشان دهیم $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$. $\lim_{x \rightarrow a} (f(x) - f(a)) = \lim_{x \rightarrow a} (x - a) \underbrace{\left(\frac{f(x) - f(a)}{x - a} \right)}_{(0/25)} = \lim_{x \rightarrow a} (x - a) \times \lim_{x \rightarrow a} \underbrace{\left(\frac{f(x) - f(a)}{x - a} \right)}_{(0/25)}$ $= 0 \times f'(a) = 0 \quad (0/25) \Rightarrow \lim_{x \rightarrow a} (f(x) - f(a)) = 0 \quad (0/25) \Rightarrow \lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a) \quad (0/25)$	۱/۲۵ (قضیه صفحه ۸۶)																		
۱۱	(فرمول های مشتق گیری از صفحه ۹۲ تا صفحه ۹۶) الف) $f'(x) = \frac{\overbrace{2x(x^2 + 2x + 1)}^{(0/25)} - \overbrace{(x^2 - 1)(2x^2 + 2)}^{(0/25)}}{\overbrace{(x^2 + 2x + 1)^2}^{(0/25)}} \quad (0/25)$ ب) $g'(x) = \underbrace{-6}_{(0/25)} \underbrace{\cos^2(2x)}_{(0/25)} \underbrace{\sin(2x)}_{(0/25)}$	۱/۷۵																		
۱۲	نمودار (ب) $(0/25)$. سهمی نمودار داده شده ماکزیمم دارد. پس ضریب x^2 منفی است. $(0/25)$ لذا در مشتق تابع ضریب x منفی خواهد بود. در نتیجه نمودار مشتق، خطی با شیب منفی است. $(0/25)$ (مشابه سوال ۹ صفحه ۱۰۰)	۰/۷۵																		
۱۳	(آهنگ تغییرات از صفحه ۱۰۲ تا صفحه ۱۱۰) $\text{آهنگ تغییر متوسط} = \frac{f(2) - f(0)}{\overbrace{2 - 0}^{(0/25)}} = \frac{4}{2} = 2 \quad (0/25)$ $f'(x) = 3x^2 - 2 \quad (0/25) \Rightarrow f'(1) = 1 \quad (0/25)$ آهنگ تغییر لحظه ای	۱																		
۱۴	(مشابه مثال صفحه ۱۱۷) $(0/25)$ مقدار ماکزیمم مطلق $f(0) = f(2) = 2 \quad (0/25)$ $(0/25)$ مقدار مینیمم مطلق $f(1) = \sqrt{3} \quad (0/25)$ $f'(x) = \frac{2x - 2}{2\sqrt{x^2 - 2x + 4}} \quad (0/25) \xrightarrow{f'=0} x = 1 \quad (0/25)$	۱/۵																		
۱۵	(مشابه سوال ۱۱ صفحه ۱۲۶) $f'(x) = \frac{2x}{(x^2 + 1)^2} \quad (0/25) \xrightarrow{f'(x)=0} x = 0$ <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>0</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>f'</td><td>$-$</td><td>0</td><td>$+$</td></tr><tr><td>f</td><td>$\searrow$</td><td>0</td><td>$\nearrow$</td></tr></table> $(0/5)$ $(-\infty, 0)$ نزولی $(0, +\infty)$ صعودی	x	$-\infty$	0	$+\infty$	f'	$-$	0	$+$	f	$\searrow$	0	$\nearrow$	۱/۲۵						
x	$-\infty$	0	$+\infty$																	
f'	$-$	0	$+$																	
f	$\searrow$	0	$\nearrow$																	
۱۶	(مشابه سوال ۴ صفحه ۱۳۶) $\left. \begin{aligned} f'(x) &= 3ax^2 + 2bx \\ f''(x) &= 6ax + 2b \quad (0/25) \\ f(1) &= 1 \Rightarrow a + b - 1 = 1 \Rightarrow a + b = 2 \quad (0/25) \end{aligned} \right\} \xrightarrow{f'=0} 6a + 2b = 0 \quad (0/25) \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \quad (0/25) \\ b = 3 \quad (0/25) \end{cases}$	۱/۲۵																		
۱۷	(مشابه سوال ۱ صفحه ۱۴۴) $x = 1$ م. قائم $(0/25)$ $y = 1$ م. افقی $(0/25)$ $y' = \frac{-2}{\underbrace{(x-1)^2}_{(0/25)}} < 0 \quad (0/25)$ <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>f'</td><td>$-$</td><td>$-$</td><td>$-$</td><td>$-$</td><td>$-$</td></tr><tr><td>f</td><td>1</td><td>$\searrow$</td><td>$-\infty$</td><td>$\nearrow$</td><td>1</td></tr></table> $(0/5)$ 	x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$	f'	$-$	$-$	$-$	$-$	$-$	f	1	$\searrow$	$-\infty$	$\nearrow$	1	۱/۷۵
x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$															
f'	$-$	$-$	$-$	$-$	$-$															
f	1	$\searrow$	$-\infty$	$\nearrow$	1															
" در نهایت، نظر همکاران محترم صائب است "																				

"در نهایت، نظر همکاران محترم صائب است"